

2018~2019学年天津和平区天津市第一中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 某学校高一、高二年级共有1800人，现按照分层抽样的方法，抽取90人作为样本进行某项调查，若样本中高一年级学生有42人，则该校高一年级学生共有（ ）.

- A. 420人
- B. 480人
- C. 840人
- D. 966人

2. 函数 $f(x) = 3x^2 + \ln x - 2x$ 的极值点的个数为（ ）.

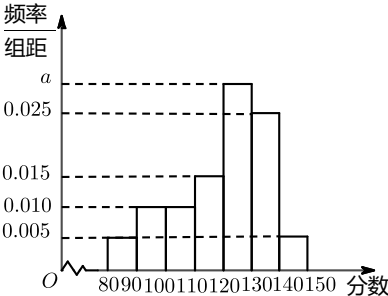
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 无数个

3. 某研究机构在对具有线性相关的两个变量 x, y 进行统计分析时，得到如下数据，由表中数据求得 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + a$ ，则在这些样本中任取一点，该点落在回归直线下方的概率为（ ）.

x	3	5	7	9
y	1	2	4	5

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. 0

4. 某校为了解高二年级学生某次数学考试成绩的分布情况，从该年级的1120名学生中随机抽取了100名学生的数学成绩，发现都在 $[80, 150]$ 内. 现将这100名学生的成绩按照 $[80, 90)$, $[90, 100)$, $[100, 110)$, $[110, 120)$, $[120, 130)$, $[130, 140)$, $[140, 150]$ 分组后，得到的频率分布直方图如图所示. 则下列说法正确的是（ ）.



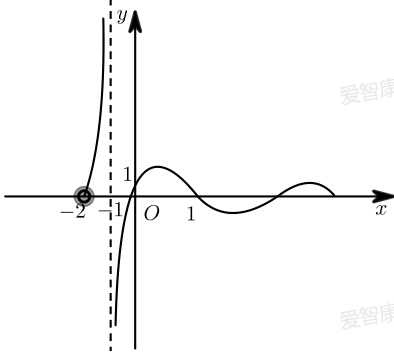
- A. 频率分布直方图中 a 的值为0.040
- B. 样本数据低于130分的频率为0.3
- C. 总体的中位数（保留1位小数）估计为123.3分
- D. 总体分布在 $[90, 100)$ 的频数一定与总体分布在 $[100, 110)$ 的频数相等

5. 若 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五位同学站成一排照相，则 A 、 B 两位同学至少有一人站在两端的概率是（ ）.

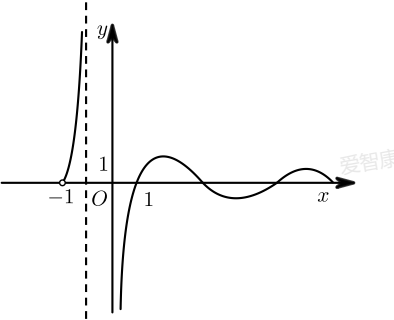
- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{3}{10}$
- C. $\frac{3}{5}$
- D. $\frac{7}{10}$

6. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{\ln(x+2)}$ 的图像可能是 () .

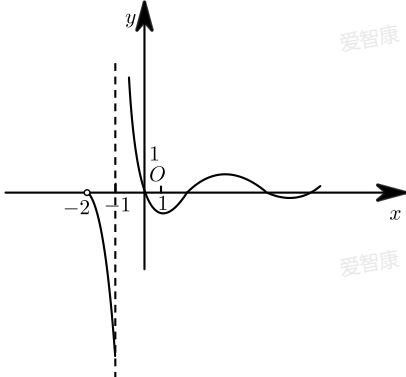
A.



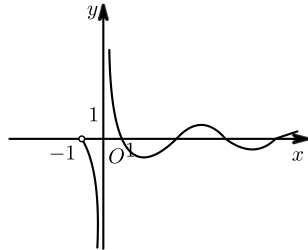
B.



C.



D.



7. 某校为了增强学生的记忆力和辨识力,组织了一场类似《最强大脑》的PK赛, A, B 两队各由4名选手组成, 每局两队各派一名选手PK, 比赛四局, 除第三局胜者得2分, 其余各局胜者均得1分, 每局的负者得0分, 假设每局比赛A队选手获胜的概率均为 $\frac{2}{3}$, 且各局比赛结果相互独立, 比赛结束时A队的得分高于B队的得分的概率为 () .

A. $\frac{16}{27}$

B. $\frac{52}{81}$

C. $\frac{20}{27}$

D. $\frac{7}{9}$

8. 已知函数 $f(x) = |\ln x|$, $g(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ |x^2 - 4| - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若关于x的方程 $f(x) + m = g(x)$ 恰有三个不相等的实数解, 则m的取值范围是 () .

A. $[0, \ln 2]$

B. $(-2 - \ln 2, 0)$

C. $(-2 - \ln 2, 0]$

D. $[0, 2 + \ln 2)$

二、填空题

9. 从区间 $(-2, 3)$ 内任选一个数 m ，则方程 $mx^2 + y^2 = 1$ 表示的是双曲线的概率为 _____ .
10. 一批排球中正品有 m 个，次品有 n 个， $m + n = 10 (m \geq n)$ ，从这批排球中每次随机取一个，有放回地抽取10次， X 表示抽到的次品个数，若 $DX = 2.1$ ，从这批排球中随机一次取两个，则至少有一个次品的概率 $p =$ _____ .
11. 已知直线 $y = 2x - 1$ 与曲线 $y = \ln(x + a)$ 相切，则 a 的值为 _____ .
12. 某公司16个销售店某月销售产品数量（单位：台）的茎叶图如图，已知数据落在 $[18, 22]$ 中的频率为0.25，则这组数据的中位数为 _____ .

1	8	9	9
2	3	5	a 6 4 8
3	6	2	2 5 3 0 4

13. 函数 $f(x) = e^x - 3x + 2$ 的单调增区间为 _____ .
14. 已知函数 $f(x) = ax + \ln x$ ，若 $f(x) \leq 1$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内恒成立，实数 a 的取值范围为 _____ .

三、解答题

15. 已知某校有歌唱和舞蹈两个兴趣小组，其中歌唱组有4名男生，1名女生，舞蹈组有2名男生，2名女生，学校计划从两兴趣小组中各选2名同学参加演出.
- (1) 求选出的4名同学中至多有2名女生的选派方法数.
- (2) 记 X 为选出的4名同学中女生的人数，求 X 的分布列和数学期望.

16. 某工厂有甲乙两个车间，每个车间各有3台机器。甲车间每台机器每天发生故障的概率均为 $\frac{1}{3}$ ，乙车间3台机器每天发生概率分别为 $\frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{2}$ 。若一天内同一车间的机器都不发生故障可获利2万元，恰有一台机器发生故障仍可获利1万元，恰有两台机器发生故障的利润为0万元，三台机器发生故障要亏损3万元。
- (1) 求乙车间每天机器发生故障的台数的分布列。
- (2) 由于节能减排，甲乙两个车间必须停产一个，以工厂获得利润的期望值为决策依据，你认为哪个车间停产比较合理。

17. 已知函数 $f(x) = a \frac{x+1}{x} + \ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 $y = bx + 5$.

(1) 求实数 a, b 的值.

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最大值和最小值 (其中 e 是自然对数的底数) .

18. 设函数 $f(x) = xe^{kx} (k \neq 0)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(3) 设 $g(x) = x^2 - 2bx + 4$, 当 $k = 1$ 时, 若对任意的 $x_1 \in \mathbf{R}$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 求实数 b 的取值范围.

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$, 过 F_2 作垂直于 x 轴的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 满足 $|AF_2| = \frac{\sqrt{3}}{6}c$.
- (1) 求椭圆 C 的离心率.
- (2) M, N 是椭圆 C 短轴的两个端点, 设点 P 是椭圆 C 上一点 (异于椭圆 C 的顶点), 直线 MP, NP 分别与 x 轴相交于 R, Q 两点, O 为坐标原点, 若 $|OR| \cdot |OQ| = 8$, 求椭圆 C 的方程.